

Over informatie in het algemeen en de getijden in het bijzonder

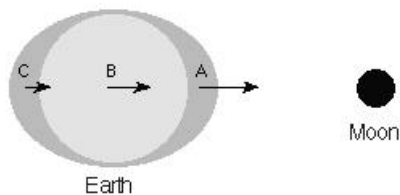
(door Gerard Hoogeland)

Wie kritisch op internet informatie zoekt over een willekeurig onderwerp, zal spoedig tot de conclusie komen dat het WWW naast betrouwbare informatie ook veel halve waarheden en zelfs onzin bevat. Dit komt ook voor bij alle andere mondelinge en geschreven bronnen, maar internet spant hier de kroon doordat wereldwijd publiceren op het internet voor iedereen erg gemakkelijk is en enige screening, zoals bij de uitgave van boeken door uitgeverij, ontbreekt. Verpakt in een mooie opmaak en voorzien van kleurrijke plaatjes en animaties stralen de artikelen een hoge betrouwbaarheid en ook gezag uit. Ook onzin maakt op deze manier kans als waarheid geïnterpreteerd te worden. De handigheid van de webmaster is zo een maatstaf voor het waarheidsgehalte van een internetsite geworden. Een kliederige site kan goede informatie bevatten, maar heeft al bij voorbaat het onderspit gedolven in vergelijking met gelikte concurrenten.

Zoekende naar informatie over het ontstaan van de getijden trof ik twee versies aan op internet en een in een boekje. Zoals bekend ontstaat door de getijdenwerking van vooral de Maan niet één waterberg maar ontstaan twee waterbergen in de zeeën op onze planeet. Eén berg vormt zich ongeveer op de naar de Maan gerichte zijde van de Aarde en de andere juist aan de tegenovergestelde, van de Maan afgekeerde zijde. Deze tweede waterberg is intrigerend en steeds is daarom het verklaren van deze tweede waterberg het centrale thema in de uitleg.

Visie 1: het zijn uitsluitend de gravitatie krachten tussen aarde, maan en zon die de tweede berg veroorzaken.
(Bron: <http://www.oceansonline.com/tides.htm>)

Hieronder een uittreksel van deze site met bijbehorende figuur:



[....This distinction is very important when we consider the origin of the bulge on the side *opposite* the moon. This bulge is always present. Even if the sun and moon are on the same side, there is a bulge of water on the opposite side. Why?

As shown in the figure, the attraction of the gravitational forces on Point C is not as strong as the forces on A and B. Thus, this water gets left behind, so to speak. The Earth is pulled away from the water on this side and a bulge appears.

You can convince yourself of this by putting two springs (or any material with elastic properties) between three balls in a row. If you pull on the first ball (represented by Point A), the second ball (represented by Point B) moves forward, but not as far as the first ball. The third ball (represented by Point C) also moves, but even less than the first two balls.

Let me make a very critical point here: many textbooks and many websites erroneously refer to the forces that create the second bulge as centrifugal forces. This is wrong and you should ignore it. Physicists and astronomers cringe when they see this explanation of the tides and we are going to cringe with them. The tides can be explained most simply as a result of gravity and the movement of the planets around each other....]

De schrijver wekt hiermee de indruk dat de beweging van Aarde en Maan rond het gemeenschappelijk zwaartepunt ten gevolge van hun traagheid en de gravitatiekrachten geen rol zou spelen bij het ontstaan van de waterbergen. De figuur suggereert dat ook bij een 'vastgeprikte' Aarde en Maan de beide getijdenbergen zouden ontstaan. In dit overigens niet erg realistische geval zal echter alléén bij A een berg kunnen ontstaan.

De aarde zou volgens deze theorie ook opzijgeschoven worden in de richting van de Maan om de waterberg bij C voor te blijven. Maar dan zou de straal van de maanbaan steeds kleiner moeten worden en dat is niet het geval. De 'simulatie' met het elastiekje geeft hooguit een analogie van de bewegingen, maar geeft geen verklaring en ook geen inzicht betreffende het verschijnsel. In de waarschuwing aan het eind van het citaat wordt het verschijnsel 'centrifugale kracht' als zodanig niet ontkent, maar wordt wel gesuggereerd dat deze krachten geen invloed op het verschijnsel zouden hebben. Hoewel strikt genomen de centrifugale krachten gezien kunnen worden als 'schijnkrachten' voortvloeiende uit de wetten van Newton, worden ze toch algemeen geaccepteerd in de mechanica voor de wiskundige modellering van vraagstukken waarin rotatie een rol speelt. Het zal blijken dat deze centrifugale krachten een rol spelen in het ontstaan van **beide** waterbergen. Visie 1 zal de lezer gemakkelijk kunnen verwarren en verklaart weinig.

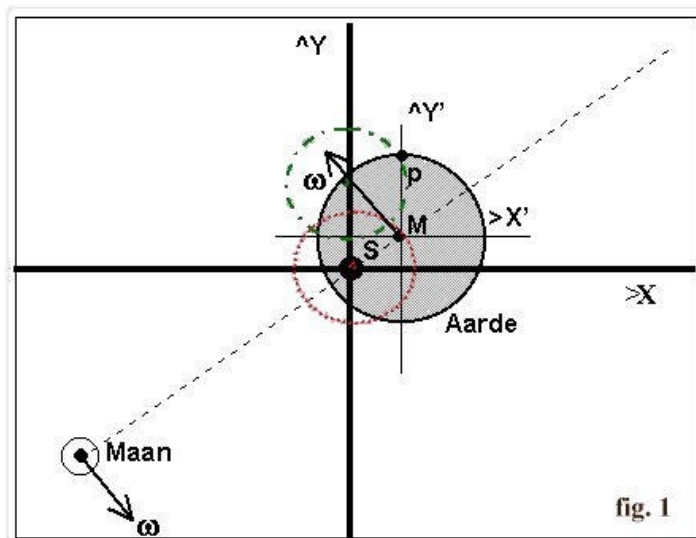
Visie 2: de naar de maan gerichte berg wordt veroorzaakt door de onderlinge gravitatie tussen Aarde, Maan en Zon. De tweede berg ontstaat doordat de van de Maan afgekeerde zijde van de Aarde met een grotere radius om het gemeenschappelijk zwaartepunt van het Aarde – Maan systeem roteert dan de naar de Maan gerichte zijde. Deze naar buiten gerichte kracht is groter dan de naar de Maan gericht gravitatiekracht, waardoor de tweede berg ontstaat. (Bron: 'Het getij en wij'. Honderd jaar getijtafels voor Nederland)

Visie 2 kunnen we zien als een halve waarheid die o.a. in het boekje “Het Getij en Wij”, dat werd uitgegeven in opdracht van rijkswaterstaat, wordt verkondigd. Opvallend is dat visie 1 verwijst naar het bestaan van de ‘foute’ visie 2. De bewering dat verschillende delen van de Aarde met een verschillende radius om het massazwaartepunt draaien en daardoor verschillende centrifugale krachten ondervinden blijkt niet te kloppen, zoals later zal worden uitgelegd.

Visie 3: “De gravitatiekracht van de Maan en Zon alleen veroorzaakt slechts één berg aan de naar de Maan gerichte zijde van de Aarde. Er is nog een kracht op de Aarde werkzaam: de centrifugale kracht ten gevolge van de rotatie van de Aarde en Maan rond het gemeenschappelijk zwaartepunt. Deze kracht is overal op en in de Aarde even groot en altijd van de Maan af gericht. Aan de naar de Maan gekeerde zijde is de gravitatiekracht op de waterdeeltjes groter dan de constante centrifugale kracht, waardoor de berg richting Maan ontstaat. Aan de andere zijde, die verder van de Maan staat, is de gravitatiekracht kleiner en overheerst de constante centrifugale kracht, waardoor de tweede berg ontstaat.”

Bron: <http://co-ops.nos.noaa.gov/restles1.html>

Visie 3 blijkt na onderzoek het meest de werkelijkheid te benaderen maar behoeft verdere verklaring en uitwerking. Allereerst nemen we de centrifugale krachten onder de loep:



In figuur 1 is een cartesisch coördinatensysteem getekend dat gefixeerd is gedacht t.o.v. de sterren. We zien de Aarde en de Maan getekend, kijkend op de Noordpool van de Aarde. De afstand tot de Maan is niet in verhouding getekend en dus veel te klein. In de oorsprong is het massazwaartepunt, S, van het systeem Maan - Aarde geplaatst. Dit punt S, waarom Aarde en Maan roteren, ligt nog binnen de aardbol, zoals ook verder in dit verhaal zal worden aangetoond.

De Aarde roteert niet alleen om S, maar ook om de eigen as.

In een dergelijk geval kunnen we het beste de beide invloeden afzonderlijk beoordelen en later optellen.

Eerst schakelen we de rotatie van de Aarde om de eigen as uit. Hierdoor fixeren we de stand van de Aardbol t.o.v. de sterren en dus t.o.v. het coördinatensysteem. De stand van de assen X' en Y' is daarmee ook t.o.v. de sterren gefixeerd. Als we nu het systeem Aarde - Maan laten roteren zien we dat het aardmiddelpunt, M rondom S roteert met een straal q, waarbij q de afstand tussen M en S voorstelt. Het punt M loopt dus langs de omtrek van de gestippelde cirkel. Omdat we de stand van de aardbol gefixeerd hebben t.o.v. de sterren (de rotatie van de aarde om haar as laten we tijdelijk buiten beschouwing) is *elk* denkbaar punt in de aardbol *star* gekoppeld met M en zal net als M met een straal q roteren echter met een t.o.v. S verschoven middelpunt Het punt p bijvoorbeeld is de aardstraal, ra in de Y- richting verschoven t.o.v. M. Er is geen verschuiving in de X- richting. Hierdoor ligt het rotatie middelpunt voor p een lengte ra in de Y- richting verschoven t.o.v. S.

Hierdoor zal p roteren langs de omtrek van de cirkel met straal q aangegeven met een streep-punt lijn.

Als we de rotatie van M rondom S beschouwen dan zal de centrifugaal kracht die in M ontstaat van S af gericht zijn en daarmee ook *altijd* van de Maan af gericht zijn. Vanwege de starre koppeling met alle ander punten in de aardbol geldt deze richting dan ook voor *alle* andere punten in de aardbol.

De conclusie van dit onderzoek is dus:

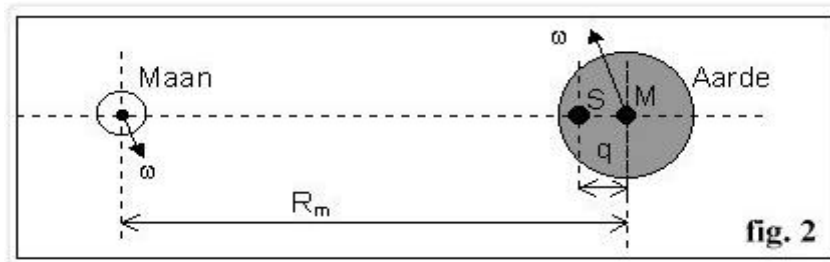
Tengevolge van de rotatie van het Aarde - Maan systeem met een hoeksnelheid W om het gemeenschappelijk massazwaartepunt S, ondervindt elk punt in de Aarde een gelijke centrifugaal kracht, die altijd van de Maan af is gericht.

Straks zullen we uitrekenen hoe groot (of liever gezegd: hoe klein) deze kracht is.

Nu gaan we verder met de analyse van de centrifugaal krachten die ontstaan door de rotatie van de Aarde om haar as. Deze kracht zal altijd van de rotatie- as af gericht en aan de evenaar maximaal en aan de polen gelijk aan nul zijn. Aan de evenaar bedraagt deze kracht nog geen 3 % van de zwaartekracht, zoals we ook zullen berekenen.

Voor het uitvoeren van de berekeningen maken we gebruik van de volgende gegevens:

Equatoriale straal van de aarde: $r_a = 6378,1371 \cdot 10^3 \text{ m}$
Massa van de aarde: $m_a = 5,97370 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Straal van de maan: $r_m = 1738,103 \cdot 10^3 \text{ m}$
Massa van de maan: $m_m = 7,348 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
Gemiddelde straal maanbaan om S: $R_m = 384400 \cdot 10^3 \text{ m}$
Siderische omlooperperiode van maan/aarde om S: $p_m = 23,934 \text{ dagen}$
Newton's gravitatieconstante: $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ of: $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Versnelling zwaartekracht aarde aan evenaar: $g = 9,82 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$



De bepaling van de positie van het massa- zwaartepunt.

Zie fig.2: de centrifugaalkracht t.g.v. de rotatie om het massazwaartepunt, S op een massadeeltje, dm in het aardmiddelpunt, M is precies gelijk, maar tegengesteld gericht, aan de op hetzelfde

deeltje uitgeoefende gravitatiekracht door de maan. Dit, omdat anders de maanbaan niet stabiel zou zijn. ($R_m = \text{constant}$). Uit p_m (in dagen) berekenen we eerst de hoekrotatiesnelheid van de maan in rad/sec:

$$w = \frac{2 \cdot p}{p_m \cdot 3600 \cdot 24} = 3,038 \cdot 10^{-6} \text{ (rad/sec)}$$

De centrifugale kracht op een massadeeltje dm in het aardmiddelpunt dat een cirkelvormige beweging maakt is evenredig met de massa van het deeltje, de omwentelingsstraal, q en het kwadraat van de hoeksnelheid (wet van Huygens):

$$f = dm \cdot q \cdot w^2 \text{ (N)}$$

Deze kracht is, zoals eerder aangetoond gelijk aan de gravitatiekracht op dat deeltje door de maan.

Volgens de wet van Newton is deze kracht gelijk aan:

$$f = \frac{G \cdot m_m \cdot dm}{(R_m + q)^2} \approx \frac{G \cdot m_m \cdot dm}{R_m^2} \text{ (N)}$$

Gelijkstelling levert de waarde van q:

$$\frac{G \cdot m_m \cdot dm}{R_m^2} = dm \cdot q \cdot w^2 \Rightarrow q = \frac{G \cdot m_m}{R_m^2 \cdot w^2} = 3,594 \cdot 10^6 \text{ (m)}$$

Dus de lengte van q is ongeveer 3594 km, waardoor S inderdaad binnen de aardstraal ligt met $q = 0,563 \cdot r_a$

Nu de waarde van q bekend is kunnen we vervolgens de centrifugale kracht uitrekenen ten gevolge van de rotatie van de aarde om het gemeenschappelijk zwaartepunt, S.

We rekenen de kracht uit die een eenheidsmassa (1 kg) hierdoor ondervindt:

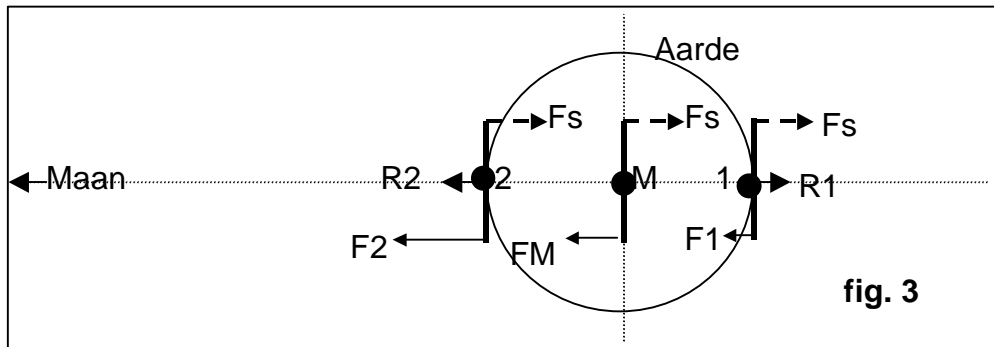
$$F_s = 1 \cdot q \cdot w^2 = 3,318 \cdot 10^{-5} \text{ (N)}$$

Zoals eerder geconstateerd:

deze kracht is op elke plaats in de aardbol gelijk en altijd exact van de maan af gericht.

Omdat de berekende kracht de kracht is op een eenheidsmassa van 1 kg, is deze kracht ook tevens gelijk aan de versnelling die massa's ondervinden door de rotatie om S. We zien hoe gering deze versnelling is t.o.v. de versnelling t.g.v. de zwaartekracht aan het planeetoppervlak: $9,81 \text{ m/s}^2$. Dus maar 3,4 miljoenste deel hiervan.

De gravitatiekrachten door de maan op de eenheidsmassa op aarde zullen van dezelfde grootteorde zijn, immers: in het aardmiddelpunt moet, vanwege de baanstabiliteit, de gravitatieversnelling juist de centrifugale versnelling opheffen. Aan het aardoppervlak is dit niet het geval, omdat de afstand tot de maan niet op elke plaats gelijk is. Maximaal kan dit een aarddiameter verschillen. We berekenen vervolgens de resultante R, van de centrifugale en de gravitatie- krachten op de plaatsen 1 en 2, schematisch aangegeven in fig. 3.



In fig. 3 zien we voor de plaatsen 1,2 en M op de verbindingslijn Maan- Aarde de overal gelijke en van de Maan af gerichte centrifugale kracht, F_s t.g.v. de rotatie om S aangegeven. Tevens zien we de plaatselijk verschillende gravitatiekrachten uitgezet. De resultante van deze krachten is voor het aardmiddelpunt, M gelijk aan 0. In punt 2 is F_2 sterker dan F_s en zorgt daar voor een resulterende kracht, R_2 richting Maan. In punt 1 is F_s sterker dan F_1 en zorgt daar voor de resulterende kracht R_1 die van de Maan af is gericht.

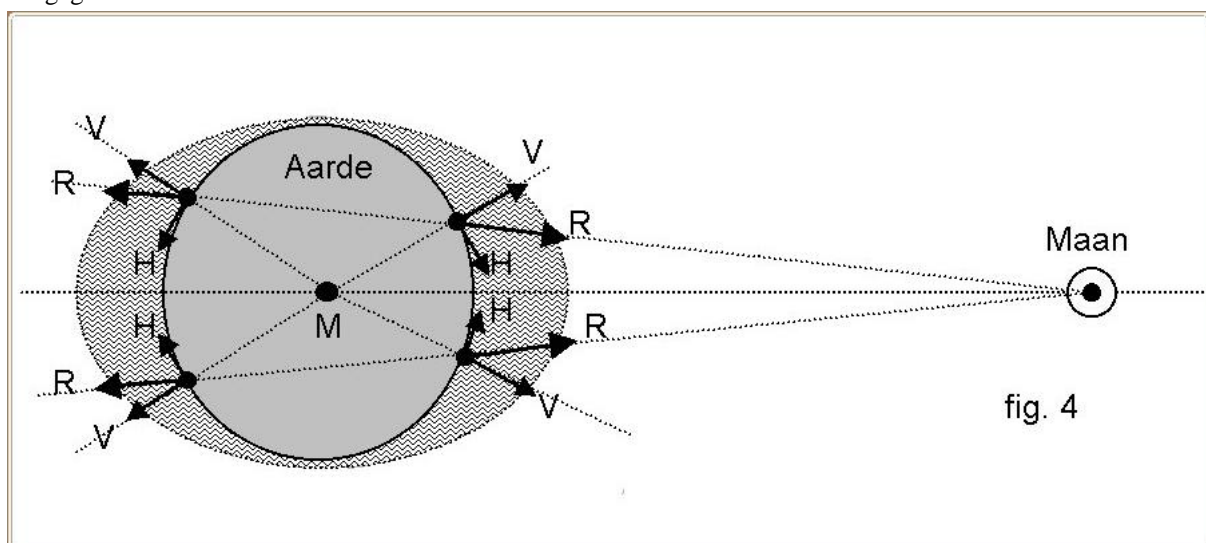
In de tabel hieronder worden de krachten en de resultanten uitgerekend:

Gravitatiekracht in/aan: (Krachten werken in de richting van de maan.)	Grootte van de gravitatiekrachten:	Resultante van centrifugaal- en gravitatiekracht: ($F_s - F_M, F_1, F_2$)
Aardmiddelpunt	$F_M = \frac{G \cdot 1 \cdot mm}{Rm^2} = 3,318 \cdot 10^{-5} \text{ (N/kg)}$	0
Aardoppervlak van de maan afgewend (punt 1)	$F_1 = \frac{G \cdot 1 \cdot mm}{(Rm + ra)^2} = 3,210 \cdot 10^{-5} \text{ (N/kg)}$	$1,074 \cdot 10^{-6} \text{ (N/kg)}$
Aardoppervlak naar de maan gekeerd (punt 2)	$F_2 = \frac{G \cdot 1 \cdot mm}{(Rm - ra)^2} = 3,431 \cdot 10^{-5} \text{ (N/kg)}$	$1,129 \cdot 10^{-6} \text{ (N/kg)}$

Merk op dat R_1 en R_2 een ongelijke magnitude hebben.

De richting van R_1 en R_2 komt overeen met de veronderstelde twee waterbergen en veelal eindigen verhalen over de getijden hiermee. Echter de bergen zijn hiermee verre van verklaard, immers de resulterende verticale krachten (verticaal in relatie met het aardmiddelpunt) zijn veel te klein (10 miljoen maal kleiner dan de zwaartekracht) en zijn absoluut niet in staat iets tegen die zwaartekracht uit te richten. Het is dan ook niet voldoende alleen naar plaatsen op de verbindingslijn Aarde Maan te kijken.

In fig. 4 zijn 2 andere lijnen getrokken die niet door M gaan. De afstand tot de Maan is niet in verhouding getekend. Op een viertal punten op de aardomtrek zijn de resulterende krachten (R) op massadeeltjes aangegeven.



R is vervolgens ontbonden in een verticale component (V) en een horizontale component (H).

Op de lijn Maan - M is de horizontale component gelijk aan 0, maar daarbuiten heeft deze een waarde en is altijd gericht naar de lijn Maan- M.

En hierin schuilt natuurlijk het ‘geheim’ van de getijden. De verticale componenten vallen in het niet bij de aardse zwaartekracht en hebben geen invloed. In horizontale richting echter hebben de waterdeeltjes een grote vrijheid van beweging en kunnen ook door een zeer geringe kracht (H) in beweging worden gezet. Het resultaat is dat de waterdeeltjes van beide zijden opgestuwd worden in de richting van de lijn Maan- Aarde. Daarmee hebben we nu wel de waterbergen verklaard, maar nog niet de getijdengolven.

De waterbergen zouden een statisch karakter hebben als de aarde steeds dezelfde zijde naar de Maan zou keren. Dit is niet geval door de rotatieperiode van de aarde van iets minder dan 24 uur.

Hierdoor passeert de lijn Maan – M steeds andere meridianen op aarde, waardoor de beide waterbergen zich over het aardoppervlak verplaatsen. Je kunt ook zeggen dat de vaste aarde onder de omhullende water-ellipsoïde doordraait. De Aarde draait niet, zoals men te vroeg zou concluderen, een maal per 24 uur onder de waterbergen door. Dit komt doordat de Maan zich ook t.o.v. het Aardoppervlak verplaatst. De synodische periode van de Maan is 29,53 dagen, waardoor de Maan zich $360/29,53 = 12,19$ graden per 24 uur aan de hemel verplaatst en wel in dezelfde richting als de rotatierichting van de Aarde. Daardoor duurt een getijdedag ongeveer 48,8 minuten langer dan een ‘Aardse’ dag en komt dus uit op 24 uur en 48,8 minuten.

In een getijdedag is er i.v.m. de twee bergen twee maal vloed en 2 maal eb. Het tijdsverschil tussen laag- en hoog water bedraagt dus dan 6,2 uur. Omdat de dag uiteraard niet een geheel veelvoud is van dit interval, verschuiven de tijdstippen van laag- en hoog water voortdurend t.o.v. onze kloktijd.

De centrifugale krachten op de eenheidsmassa t.g.v. de aardse aswenteling bij de evenaar vinden we uit:

$$w_a = \frac{2 \cdot p}{24 \cdot 3600} \Rightarrow Fr = 1 \cdot r_a \cdot w_a^2 = 0,034 \text{ (N/kg)}$$

Dit is dus nog geen 3% van g. De kracht is maximaal aan de evenaar en wordt bij de polen gelijk aan 0.

Boven en onder de evenaar hebben deze krachten ook een horizontale component, die het water opstuwt in de richting van de evenaar. Omdat deze kracht uniform is en overal op dezelfde breedte gelijk, veroorzaakt hij geen stroming, maar een statische (plaatsgebonden) verhoging en speelt geen rol bij de getijdengolven.

Als de aarde geheel overdekt was met een oceaan van gelijke en aanzienlijke diepte dan zou de maximale hoogte van de getijdegolf ongeveer 50 cm zijn. Midden in de oceanen van de werkelijke aarde wordt een dergelijke verhoging ook vastgesteld.

Zie: <http://co-ops.nos.noaa.gov/restles1.html>, waar overigens een berekening van deze verhoging ontbreekt.

Als echter grote watervolumes samenstromen in ondiepten kunnen veel grotere plaatselijk verhogingen ontstaan. In Nederland zien we bij Vlissingen bijvoorbeeld maximaal 4m verhoging en bij Den Helder 1,2m. De zeebekkens zijn erg grillig gevormd waardoor ook interessante resonantiepatronen van komende en gereflecteerde getijdengolven ontstaan. Ook de tijdstippen van eb en vloed kunnen plaatselijk hierdoor grote afwijkingen vertonen.

Natuurlijk speelt ook de Zon mee in het getijdenverhaal, hoewel deze invloed 2,5 maal kleiner is dan die van de Maan. Het mechanisme is hetzelfde. Zon en Maan staan 2 maal in de synodische periode van 29,53 dagen op een lijn, waarbij ze elkaars werking versterken en er sprake is van springtij. Twee maal in dezelfde synodische periode staan Zon en Maan onder hoeken van 90 graden gezien vanuit de Aarde, waarbij de Zon de werking van de Maan afzwakt en er gesproken wordt van dood tij. Dit verhaal is alles behalve volledig. De invloed van de ellipsvorm van de Maanbaan en de helling van de Maanbaan t.o.v. de evenaar is niet besproken, terwijl beide ook invloed hebben op waterhoogten en tijdstippen. Het ging er echter om een redelijke verklaring te geven van het mechanisme achter de getijdenvorming, vooral omdat er zoals in het begin al gezegd, nogal wat onjuiste of onvolledige informatie over dit onderwerp in omloop is. Zou Metius Magazine betrouwbaarder zijn dan Internet? De beoordeling laat ik aan de (gewaarschuwde) lezer over.